



جبر خطی عددی

ویرایش دوم

تألیف:

محمد تقی درویشی

بهروز عدالت زاده

(اعضای هیأت علمی دانشگاه رازی)

دانشگاه رازی

۱۳۹۸



دانشگاه رازی

سرشناسه : درویشی، محمدتقی

عنوان : جبر خطی عددی / تألیف محمدتقی درویشی، بهروز عدالت‌زاده /

ویراست ۲

مشخصات نشر : کرمانشاه، دانشگاه رازی، ۱۳۹۸ = ۲۰۲۰ م.

مشخصات ظاهری : ۳۳۸ ص.

فروست : دانشگاه رازی؛ ۳۸۱: ریاضی؛ ۹.

شابک : ۹۷۸-۶۰۰-۳۹۳-۰۳۰-۸

یادداشت : کتابنامه

موضوع : جبر خطی - راهنمای آموزشی (عالی)

موضوع : جبر خطی - مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی)

شناسه افزوده : عدالت‌زاده، بهروز، نویسنده همکار

شناسه افزوده : عنوان

رده بندی کنگره : QA ۱۸۴/د۴ج۲ ۱۳۹۸

رده بندی دیویی : ۵۱۲/۵

شماره کتابشناسی : ۶۰۸۰۰۲۹

انتشارات دانشگاه رازی ۳۸۱

Numerical Linear Algebra

عنوان کتاب: جبر خطی عددی

تألیف: دکتر محمدتقی درویشی، دکتر بهروز عدالت‌زاده

Razi University Press

ناشر: دانشگاه رازی

© 2020/1398

تاریخ و نوبت چاپ: ۱۳۹۸ - چاپ دوم باویرایش

Print Run: 500

شمارگان: ۵۰۰

Price: 400000 Rials

قیمت: ۴۰۰۰۰ تومان

ISBN:978-600-393-030-8

شابک: ۹۷۸-۶۰۰-۳۹۳-۰۳۰-۸

قطع: وزیری

press.razi.ac.ir

سامانه فروش آنلاین

مراکز پخش: تهران: مرکز نشر دانشگاهی ۸۸۵۵۶۱۶۸ - کتابیران ۶۶۴۹۲۲۶۶ - دانشیران ۶۶۴۱۶۱۷۶

Tehran: Ketabiran: +98 021 66492266 Daneshiran: +98 021 66416176

کرمانشاه: مرکز چاپ و نشر دانشگاه رازی - تلفکس ۰۸۳۳-۴۲۸۰۸۰۲

Kermanshah: 083- 34280802

Email: press@razi.ac.ir

مسئولیت درستی مطالب به عهده مؤلفین می‌باشد. (این کتاب با کاغذ حمایتی منتشر شده است).

(حق چاپ برای ناشر محفوظ است)

فهرست مطالب

۱	۱	مقدمات
۱	۱.۱	ماتریس‌ها
۱۴	۲.۱	دترمینان
۱۹	۳.۱	فضاهای برداری
۳۱	۴.۱	نُرم برداری و ماتریسی
۵۹	۲	حل دستگاه‌های معادلات خطی
۵۹	۱.۲	دستگاه معادلات خطی
۶۵	۲.۲	روش‌های مستقیم حل دستگاه‌های معادلات خطی
۶۶	۱.۲.۲	دستگاه‌های معادلات خطی ساده
۷۶	۲.۲.۲	الگوریتم روش حذفی گاوس
۸۶	۳.۲	روش‌های تجزیه ماتریس ضرایب
۸۶	۱.۳.۲	تجزیه LU
۱۰۱	۲.۳.۲	ماتریس‌های مقدماتی
۱۱۲	۴.۲	تجزیه QR
۱۲۲	۵.۲	تجزیه چولسکی
۱۳۸	۶.۲	حساسیت دستگاه‌های معادلات خطی
۱۴۶	۱.۶.۲	عدد حالت

۲۰۶.۲	پایداری الگوریتم‌های روش‌های حل دستگاه $Ax = b$	۱۴۸
۳	روش‌های تکراری حل دستگاه‌های معادلات خطی	۱۵۳
۱.۳	روش‌های تکراری حل دستگاه‌ها	۱۵۴
۱.۱.۳	روش ژاکوبی	۱۵۷
۲.۱.۳	روش گاوس - سایدل	۱۶۰
۳.۱.۳	شرط توقف عملیات	۱۶۴
۴.۱.۳	شکل برداری روش‌های ژاکوبی و گاوس - سایدل	۱۶۵
۴	مسئله‌ی کمترین مربعات و دستگاه‌های معادلات خطی	۱۷۳
۱.۴	مسئله کمترین مربعات و دستگاه‌های معادلات خطی	۱۷۳
۲.۴	برازش داده‌ها	۱۷۷
۱.۲.۴	خط حداقل مربعات	۱۷۸
۲.۲.۴	چند جمله‌ای حداقل مربعات	۱۸۳
۳.۲.۴	انواع دیگری از تقریب‌های حداقل مربعات	۱۸۶
۳.۴	حل دستگاه‌های فوق معین	۱۹۴
۵	مقادیر ویژه‌ی ماتریس‌ها	۲۱۳
۱.۵	مقادیر ویژه و بردارهای ویژه	۲۱۳
۱.۱.۵	حل مسئله $Ax = \lambda x$	۲۱۹
۲.۱.۵	خصوصیات مقادیر ویژه	۲۲۱
۲.۵	تعیین بردار ویژه‌ی نظیر یک مقدار ویژه‌ی مشخص	۲۳۰
۳.۵	تشابه ماتریس‌ها و قطری شدنی	۲۳۹
۴.۵	محدوده مقادیر ویژه	۲۵۱
۵.۵	تعیین چند جمله‌ای مشخصه‌ی یک ماتریس بدون بسط دترمینان	۲۵۵
۱.۵.۵	روش ضرایب نامعین	۲۵۵
۲.۵.۵	روش کریلف	۲۵۸

۲۶۱	۳۰۵.۵	روش لوری‌یر
۲۶۵	۶۰.۵	روش تکراری توانی
۲۷۶	۷۰.۵	روش‌های تبدیلی
۲۷۶	۱۰۷.۵	روش LR
۲۸۲	۲۰۷.۵	روش QR
۲۸۹	۶	مباحث تکمیلی
۲۹۰	۱۰.۶	فرآیند گرام - اشمیت
۳۰۰	۲۰.۶	تجزیه مقدار منفرد (SVD)
۳۲۳		کتاب‌نامه
۳۲۷		واژه‌نامه انگلیسی به فارسی
۳۳۱		واژه‌نامه فارسی به انگلیسی
۳۳۵		نمایه

مقدمه

حمد و سپاس مخصوص خداوندی است که به انسان قدرت اندیشیدن عطا فرمود. خداوندی که اندیشه را سبب برتری انسان بر سایر مخلوقات قرار داد. اما بعد ...

مطالعه‌ی جبر خطی عددی دو هدف اصلی را دنبال می‌کند. هدف اول حل دستگاه‌های معادلات خطی است و هدف دوم مسأله‌ی مقدار ویژه را مورد بررسی قرار می‌دهد. نظر به این که درس جبر خطی عددی به عنوان یکی از دروس دانشجویان رشته ریاضی منظور شده است، ضرورت وجود یک کتاب جامع درسی در این زمینه احساس می‌شد. کتاب حاضر بر اساس سرفصل مصوبه شورای عالی برنامه‌ریزی ستاد انقلاب فرهنگی برای دانشجویان رشته ریاضی تدوین شده است اما می‌تواند مورد استفاده دانشجویان رشته کامپیوتر و علوم کامپیوتر در درس محاسبات عددی و محاسبات ماتریسی نیز قرار بگیرد. مطالب این کتاب برای تدریس در یک نیمسال تحصیلی تنظیم شده است.

کتاب (در چاپ اول) شامل پنج فصل است. سه بخش ابتدایی فصل اول به یادآوری مفاهیمی از درس مبانی ماتریس‌ها و جبر خطی اختصاص یافته است. در بخش پایانی فصل اول نرُم‌های برداری و ماتریسی معرفی شده‌اند. در فصل دوم به بررسی روش‌های مستقیم حل دستگاه‌های معادلات خطی پرداخته‌ایم. روش‌های تکراری برای حل دستگاه‌های معادلات خطی در فصل سوم مورد بررسی قرار گرفته است. در فصل‌های دوم و سوم فرض بر این است که ماتریس ضرایب در دستگاه معادلات خطی داده شده یک ماتریس مربع و نامنفرد است. فصل چهارم مسأله‌ی حداقل مربعات را برای تعیین جواب دستگاه‌هایی معرفی می‌کند که شرط مربع و نامنفرد بودن را برای ماتریس ضرایب یک دستگاه معادلات خطی نداشته باشیم. هر چند در این فصل روش حداقل مربعات برای برازش داده‌ها نیز معرفی و مورد استفاده قرار می‌گیرد. نهایتاً در فصل پنجم مسأله‌ی مقدار ویژه‌ی ماتریس‌ها را مورد بررسی قرار داده‌ایم. در این فصل روش‌های متفاوتی برای تعیین چند جمله‌ای مشخصه‌ی یک ماتریس، بدون بسط دترمینان معرفی شده‌اند. روش تکراری توانی برای تعیین بزرگ‌ترین مقدار ویژه‌ی یک ماتریس، از نظر قدر مطلق، نیز در این فصل معرفی می‌شود. در خاتمه‌ی فصل پنجم دو روش تبدیلاتی برای تعیین تقریبی از تمامی مقادیر ویژه‌ی یک ماتریس معرفی و مورد استفاده قرار گرفته‌اند.

در این کتاب سعی بر آن بوده است که مطالب به زبان ساده بیان شوند تا درک آن‌ها آسان باشد. با

ارائه‌ی مثال‌های گوناگون که برای هر موضوع در نظر گرفته شده است درک موضوع آسان و کاربرد آن نیز مشخص شده است. سعی در ارائه و بیان روان و ساده‌ی مطالب، ممکن است باعث ایجاد لغزش‌هایی در مفاهیم شده باشد که از نظر دور مانده‌اند. تذکرات و راهنمایی‌های سازنده‌ی صاحب نظران، مدرسین و دانشجویان گرامی موجب سپاسگزاری و امتنان قلبی مؤلفین بوده و در تصحیح و تکمیل کتاب در چاپ‌های بعدی مورد استفاده قرار خواهند گرفت.

بر خود لازم می‌دانیم که از حمایت‌های حوزه معاونت پژوهشی دانشگاه رازی که امکان چاپ این کتاب را فراهم نمودند تقدیر و تشکر نماییم. به ویژه از پیگیری‌ها و تلاش‌های خانم بتول رنجبر و خانم ندا بهرامی که باعث تسریع در چاپ کتاب شد قدردانی می‌نماییم.

محمدتقی درویشی - بهروز عدالت‌زاده

پاییز ۱۳۹۳

مقدمه چاپ دوم

خدا را شاکریم که ما را یاری فرمود تا چاپ دوم کتاب جبر خطی عددی را در اختیار همکاران محترم و دانشجویان علاقمند قرار دهیم. نظر به استقبال از چاپ اول کتاب، بر آن شدیم تا با رفع کاستی‌های چاپ اول، ویراست جدید کتاب را در اختیار علاقمندان قرار دهیم. در چاپ دوم کتاب، فصل مربوط به مقادیر ویژه کامل‌تر شده و مطالبی به آن فصل اضافه شد. همچنین با توجه به سرفصل درس محاسبات ماتریسی، فصل ششم به عنوان مباحث تکمیلی به کتاب اضافه شد. در این فصل دو مبحث فرآیند گرام - اشمیت و تجزیه مقدار منفرد (تکین) و کاربردهای آن‌ها ارائه شده است که امیدواریم مورد استفاده قرار بگیرند. با استفاده از فرآیند گرام - اشمیت یک مجموعه مستقل خطی به یک مجموعه متعامد نرمال تبدیل می‌شود. تجزیه مقدار منفرد یا تجزیه مقدار تکین تجزیه خاصی را از یک ماتریس دلخواه به صورت حاصل ضرب سه ماتریس ارائه می‌دهد. این تجزیه کاربردهای زیادی دارد که در فصل ششم از آن برای تعیین جواب حداقل مربعات یک دستگاه فوق معین رتبه ناقص استفاده کرده‌ایم. سعی بر این بوده است که مطالب فصل جدید نیز به صورت ساده و روان باشند و با ارائه مثال‌های گوناگون در صدد درک بهتر مطالب برای خواننده بوده‌ایم.

از آن جا که هیچ نوشته‌ای بدون نقص نیست، ما نیز ادعایی در بی عیب و نقص بودن کتاب نداریم. لذا از همکاران محترم و دانشجویان عزیز تقاضا داریم مؤلفین را از نظرات اصلاحی خود آگاه سازند.

محمدتقی درویشی - بهروز عدالت‌زاده

زمستان ۱۳۹۸

جبر خطی عددی			
تعداد واحد/ساعت	پیش نیاز/هم نیاز	از جدول	حل تمرین (ساعت)
۳ واحد/ ۵۱ ساعت	پس از مبانی ماتریسها و جبر خطی	۴ و ۶	حداقل ۲۵



هدف:

طرح و تحلیل الگوریتم های محاسباتی برای مسائل جبر خطی با تأکید بر کارایی و پایداری الگوریتم ها.

سرفصل درس و ریز مواد:

مروری بر مقدمات جبر خطی شامل فضا های برداری، استقلال خطی، پایه فضا، بردار و ماتریس، ضرب داخلی، نرم برداری و ماتریسی و حل دستگاه های خطی و تجزیه مثلثی LU، حساسیت دستگاه های خطی و عدد حالت، پایداری روش گوس با انتخاب محور، ماتریس های معین مثبت و تجزیه چولسکی و کروت، روش های تکراری برای حل دستگاه های خطی شامل ژاکوبی، گوس-زایدل، تجزیه قائم QR، حل مسأله کمترین مربعات خطی و برازش داده ها، مقادیر و بردارهای ویژه، محاسبه مقادیر ویژه از روش های توانی و روش QL هاوس هولدر.

مراجع:

- W. Hager, *Applied Numerical Linear Algebra*, Prentice Hall, ۱۹۸۸.
- G. W. Stewart, *Introduction to Matrix Computations*, Academic Press, ۱۹۷۳.

						فارسی		محاسبات ماتریسی	
عنوان درس								انگلیسی	
Matrix Computations									
نوع واحد				تعداد واحد	تعداد ساعت	دروس پیش نیاز			
پایه		اصلی		تخصصی		اختیاری		3	
نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی	نظری	عملی		
حل تمرین: ندارد				پروژه عملی: دارد					
				مدرس					

سرفصل درس:

منابع:

